

Численное решение двумерных параболических уравнений гемодинамики на многоядерных процессорах*

Э.Е. Малиев¹, Г.Ф. Громыко¹, Н.А. Лиходед², А.А. Толстиков²

Институт математики НАН Беларуси¹, Белорусский государственный университет²

Работа посвящена разработке и программной реализации на многоядерных процессорах алгоритмов численного моделирования течения крови в кровеносных сосудах. Рассматривается двумерная физико-математическая модель течения крови в сосуде, для дискретизации уравнений движения крови используется метод контрольных объемов. Вычисления по алгоритмам сводятся к решению блочно-трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) с вложенной структурой блоков с использованием варианта блочного метода Гаусса—Зейделя в неявной форме, обладающего естественным параллелизмом.

Течение крови в системе кровообращения в общем случае описывается трехмерными нестационарными уравнениями для вязкой жидкости совместно с уравнениями динамики эластичных оболочек сосудов. Это связано с необходимостью учета реальных свойств крови, пространственной геометрии сосудов, влияния вязкости, взаимного влияния гидродинамики в сосуде и их деформации. В этой работе рассматривается упрощенная, но по многим показателям адекватная, двумерная модель движения крови в прямом сосуде без дефектов при следующих допущениях: течение двумерное, ламинарное, жидкость несжимаемая, неньютоновская, стенки сосудов твердые. Предполагается, что область течения представляет собой прямоугольник с открытыми противоположными границами.

В основу алгоритма моделирования положены численные схемы, построенные с использованием метода контрольных объемов. Необходимо построить и численно решить СЛАУ для двух компонент скорости и давления. В работе [1] разработан алгоритм численного решения на каждом временном слое блочно-трехдиагональных СЛАУ для получения поперечной компоненты скорости; аналогично можно получить и алгоритм для случая продольной компоненты. В этой работе построен алгоритм численного решения на каждом временном слое блочно-трехдиагональных систем линейных алгебраических уравнений с вложенной структурой блоков для одновременного получения поперечной и продольной компонентов скорости. Кроме того, на каждом временном слое решается блочно-трехдиагональная СЛАУ для получения давления.

Алгоритмы программно реализованы с использованием технологии параллельного программирования OpenMP. Разработанные алгоритмы и программы могут быть использованы как задел для построения алгоритмов и программ для OpenMP- и CUDA-реализаций двумерных и трехмерных параболических уравнений гемодинамики. Результаты исследований позволят построить и численно реализовать более адекватную, по сравнению с известной [2], модель кровотока в условиях наличия дефектов в полости сосуда, например, тромбоза сосудов.

Литература

1. Баханович С.В., Громыко Г.Ф., Лиходед Н.А., Толстиков А.А. Параллельная реализация алгоритмов численного решения двумерных параболических уравнений гемодинамики // Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2024): Труды международной научной конференции (Челябинск, 2–4 апреля 2024 г.). Короткие статьи и описания плакатов. Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2024. С. 52–64.
2. Конюхов В.М., Храменков М.Г., Конюхов И.В. Фильтрационная модель и параллельные вычисления характеристик кровотока в системе кровообращения при наличии закупоривающего кольцевого тромба // Программные продукты и системы. 2022. Т. 35, № 3. С. 340–347. DOI: 10.15827/0236-235X.139.340-347.

* Работа выполнена в рамках государственной программы научных исследований Республики Беларусь «Конвергенция-2025», подпрограмма «Математические модели и методы».